
Recuperatorio del segundo parcial de Álgebra II

1. Sea A un anillo conmutativo, N un A -módulo y

$$M' \rightarrow M \rightarrow M'' \rightarrow 0$$

una sucesión exacta corta de A -módulos. Muestre que existe una sucesión exacta de A -módulos

$$0 \rightarrow \text{Hom}_A(M'', N) \rightarrow \text{Hom}_A(M, N) \rightarrow \text{Hom}_A(M', N).$$

2. Sea A un dominio íntegro y

$$0 \rightarrow M' \rightarrow M \rightarrow M'' \rightarrow 0$$

una sucesión exacta de A -módulos.

- a) Muestre que la sucesión anterior se restringe a

$$0 \rightarrow t(M') \rightarrow t(M) \rightarrow t(M'').$$

- b) ¿Es cierto que el morfismo $t(M) \rightarrow t(M'')$ es sobreyectivo en general?

3. Sea A un dominio íntegro. Decimos que A es un dominio de factorización si todo elemento admite una factorización (no necesariamente única) como producto de elementos irreducibles. Pruebe que todo dominio noetheriano es un dominio de factorización.
4. Sea A un dominio íntegro. Pruebe que A es un dominio de ideales principales si y sólo si todo submódulo finitamente generado de un módulo libre es libre.